UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
Fachrichtung 6.1 (Mathematik)
Prof. Dr. Mark Groves
MSc Jens Horn

Mathematik für Informatiker 2, SS 2018
Übungsblatt 8

---

1. Bestimmen Sie, für welche $\lambda \in \mathbb{R}$ die reelle Matrix

$$A_\lambda = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 0 & 0 \\ \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 1 \end{pmatrix}$$

invertierbar ist, und berechnen Sie für diese Werte von λ die inverse Matrix A_λ^{-1}.

2. Es seien

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 2 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times 5}$$

und $r = \operatorname{Rang} B$. Bestimmen Sie Matrizen $T \in \mathrm{GL}(4, \mathbb{R})$ und $S \in \mathrm{GL}(5, \mathbb{R})$ so, dass

$$T^{-1}BS = \begin{pmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \qquad (\star)$$

[Hnweis: Bringen Sie zunächst B in Zeilenstufenform mit elementaren Zeilenumformungen, dann das Ergebnis in die Form $(\star)$ mit elementaren Spaltenumformungen. Sie erhalten die Matrix S durch Anwendungen der Spaltenumformungen auf I_5 in derselben Reihenfolgen und die Matrix T durch Anwendung der Zeilenumformungen auf I_4 in umgekehrter Reihenfolge.]

3. Es sei p eine Primzahl. Untersuchen Sie die Invertierbarkeit von

$$C = \begin{pmatrix} 13 & 7 & 6 \\ -7 & 1 & 1 \\ 3 & 8 & 7 \end{pmatrix} \in \mathbb{Z}_p^{3\times 3}$$

in den drei Fällen $p = 2$, $p = 3$ und $p = 5$.

4. Konstruieren Sie eine 4×4 reelle Matrix D mit den Eigenschaften

$$\ker D = \left\langle \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle, \qquad \operatorname{Im} D = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

[Hinweis: $D = (D\mathbf{e}_1 | D\mathbf{e}_2 | D\mathbf{e}_3 | D\mathbf{e}_4)$ und $\operatorname{Im} D = \langle D\mathbf{e}_1, D\mathbf{e}_2, D\mathbf{e}_3, D\mathbf{e}_4 \rangle$.]