UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

Fachrichtung 6.1 (Mathematik)

Prof. Dr. Mark Groves

MSc Jens Horn



Mathematik für Informatiker 2, SS 2018 Übungsblatt 2

1. Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

(i)
$$\int \frac{(1+x)^2}{\sqrt{x}} \, \mathrm{d}x$$

(ii)
$$\int x\sqrt{x+9}\,\mathrm{d}x$$

(iii)
$$\int \frac{x}{(x-1)(x-2)} \, \mathrm{d}x$$

[Hinweis: Partialbruchzerlegung.]

(iv)
$$\int \frac{1}{x(x-1)(x-2)} \, \mathrm{d}x$$

[Hinweis: Partialbruchzerlegung.]

(v)
$$\int \frac{8-x}{(x-2)^2(x+1)} dx$$

[Hinweis: Partialbruchzerlegung.]

(vi)
$$\int \frac{1}{x^2 + 8x + 25} \, \mathrm{d}x$$

[Hinweis: Quadratische Ergänzung. Benutzen Sie die Substitution $x=-4+3\tan\theta$.]

(vii)
$$\int \sqrt{1+16x^2} \, \mathrm{d}x$$

[Hinweis: Benutzen Sie die Substitution $x=\frac{1}{4}\sinh\theta.$]

(viii)
$$\int \sqrt{1-x^2} \, \mathrm{d}x$$

[Hinweis: Benutzen Sie die Substitution $x=\sin\theta$.]

- **3.** Es sei $I_n = \int \cos^n x \, \mathrm{d}x$ für $n = 2, 3, \dots$
 - (i) Zeigen Sie:

$$nI_n = \cos^{n-1} x \sin x + (n-1)I_{n-2} + c, \qquad n = 0, 1, 2, \dots$$

(ii) Berechnen Sie $\int_0^{\pi/2} \cos^7 x \, \mathrm{d}x$.

3. Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

(i)
$$\int \sin^2 2x \cos^3 2x \, dx$$

(iii)
$$\int \frac{\sin x}{(1+\cos x)^2} \, \mathrm{d}x$$

(ii)
$$\int \tan^2 x \, dx$$

(iv)
$$\int \frac{e^x}{1 + e^x} dx$$

(v)
$$\int \frac{\sin x + 2\cos x}{\cos x + 2\sin x} \, \mathrm{d}x$$

[Hinweis: Es gilt

$$\sin x + 2\cos x = \frac{3}{5}(-\sin x + 2\cos x) + \frac{4}{5}(\cos x + 2\sin x)$$

für alle $x \in \mathbb{R}$.]

(vi)
$$\int \frac{1}{3 + 5\cos x} \, \mathrm{d}x$$

[Hinweis: Es gilt

$$\cos x = \frac{1 - \tan^2 \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}}$$

für alle $x \in \mathbb{R}$. Benutzen Sie die Substitution $t = \tan \frac{x}{2}$.]

(vii)
$$\int \frac{1}{25 - 24 \sin^2 x} dx$$

[Hinweis: Es gilt

$$\sin^2 x = \frac{\tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$$

für alle $x \in \mathbb{R}$. Benutzen Sie die Substitution $t = \tan x$.]