



Mathematik für Informatiker 1, WS 2017/18
Übungsblatt 7

1. Zeigen Sie mit Hilfe des Fundamentalsatzes der elementaren Zahlentheorie, dass \sqrt{n} irrational für jedes $n \in \mathbb{N}$ mit $n \neq m^2$ für irgendein $m \in \mathbb{N}$ ist.

2. a) Zeigen Sie, dass die Summe einer irrationalen und einer rationalen Zahl irrational ist.
b) Zeigen Sie, dass das Produkt einer irrationalen und einer von Null verschiedenen rationalen Zahl irrational ist.
c) Widerlegen Sie die Aussage, dass die Summe und das Produkt zweier irrationaler Zahlen rational ist.
d) Widerlegen Sie die Aussage, dass die Summe und das Produkt zweier irrationaler Zahlen irrational ist.

3. Zeigen Sie, dass \mathbb{C} mit der üblichen Addition und Multiplikation kein geordneter Körper ist. [Hinweis: Zeigen Sie, dass die Annahmen $0 < i$ und $i < 0$ jeweils zu einem Widerspruch führen.]

3. Es seien

$$A = \{z \in \mathbb{C} : |z - 2 - 3i| < |z + 4 - 5i|\},$$
$$B = \{z \in \mathbb{C} : 0 \leq \arg(z + 3 - 4i) < \pi/4\}.$$

Skizzieren Sie die Menge $A \cap B$.

4. Finden Sie alle komplexen Lösungen der folgenden Gleichungen.

- | | |
|--|---|
| (a) $3z^2 + z = 1$ | (g) $(z^2 - 1)^3 = 8z^3$ |
| (b) $z^2 - (3 + i)z + 4 + 3i = 0$ | (h) $z^6 - 3iz^3 - 2 = 0$ |
| (c) $\sinh z = i$ | (i) $z^3 + 2z^2 + 2z = 0$ |
| (d) $z^2 + 2\bar{z}^2 + z - \bar{z} + 9 = 0$ | (j) $z^3 - (3 + i)z^2 + (2 + 3i)z - 2i = 0$ |
| (e) $z^4 - 4z^2 + 16 = 0$ | (k) $e^z = e^{iz}$ |
| (f) $z^4 + 1 = 0$ | (l) $e^{2z} + ie^z + 1 = 0$ |

5. Berechnen Sie $(4\sqrt{3} - 4i)^{88}$. [Hinweis: Verwenden Sie den Satz von de Moivre.]